Výpočet obsahu rovinného obrazca medzi dvoma krivkami v DERIVE6

Typ úlohy:

Dané sú dve funkcie. Nakreslite rovinný obrazec, ohraničený týmito funkciami. Vypočítajte jeho obsah.

Postup pri riešení:

- Nakresliť grafy oboch funkcií. Určiť "hornú" a "dolnú" funkciu. Vyznačiť (vyfarbiť) rovinný obrazec, ktorý ohraničujú.
- Vypočítať priesečníky grafov (presnejšie: x-ové súradnice priesečníkov). Určiť dolnú a hornú medzu pre určitý integrál.
- Vypočítať obsah rovinného obrazca pomocou určitého integrálu $S = \int_a^b (f(x) g(x)) dx$, pričom:
 - a...dolná medza, x-ová súradnica "ľavého" priesečníka
 - b...horná medza, x-ová súradnica "pravého" priesečníka
 - f(x)..."horná" funkcia
 - g(x)..."dolná" funkcia

Postup v DERIVE 6 (slovenská lokalizácia):

Príklad:

Dané sú funkcie $y = \sin x$ a $y = \cos x$. Vypočítajte súradnice priesečníkov týchto funkcií na intervale $(0; 2\pi)$. Nakreslite rovinný obrazec, ktorý funkcie ohraničujú a vypočítajte jeho obsah.

1. Spustíme si DERIVE 6 so základnými nastaveniami. Do editovacieho riadku napíšeme *sin(x)* a stlačíme *Enter*.

🗃 graf - [Algebra 1]	
🖾 Súbor Úpr <u>a</u> vy <u>V</u> ložiť Za <u>d</u> ať Zjednodušiť <u>R</u> iešiť Výpoče <u>t</u> <u>M</u> ožnosti <u>O</u> kno <u>Pomocník</u>	
$\square \cong \blacksquare \circledast \& \blacksquare \boxtimes X 🖹 \square \dotsb = \approx r \Subset \Im_{U_B} \ln \partial \int \Sigma \Pi \uparrow X \circledast$	
#1: SIN(x)	
	Z tohto pravého
	panelu zadávame
	π. Ak ho zadáme
	z ľavého panelu,
Dané	pude povazovane za
	premenina:
αβγδεζηθικλμνξοπρσ [[{+·^%=<≤ν¬\υ':=eπα	L
$ AB\Gamma\Delta EZHOIKAMNEO\Pi P\Sigma] - / \sqrt{\pm \neq} > \geq \land \rightarrow \subseteq \cap \downarrow : \in \angle \gamma^{\circ}$	

Klikneme na nástroj Zobrazí sa okno *2D-graf*. V slovenskej lokalizácii verzie DERIVE 6 má toto okno poškodené hlavné menu.



- Klikneme na nástroj , čím sa vrátime do okna *Algebra*. Príkazom *Okno/Usporiadať vedľa* seba dosiahneme, aby okná Algebra a 2D-graf ležali pekne vedľa seba.
- 4. Znovu klikneme na nástroj V okne **2D-graf** taktiež klikneme na . Nakreslí sa graf funkcie sínus.

o graf Súbor pr <u>a</u> vy Poznámka D & J → [] → [] → [] → [] → [] + + + + ‡	\leftrightarrow $\rightarrow^{\psi}_{\varphi} + \stackrel{\psi}{\rightarrow} \rightarrow \leftarrow \stackrel{i}{\underset{i=1}{\overset{i=1}{$				
🖾 Algebra 1	💶 🗆 🔛 🔛 2D-gra	af 1:1			
#1: SIN(x)			à †e		
			- 4		
			- 2		
		-4 -2		2	4
			2	. +	
₩ Królk: 2.751.625	Stred: 2 75 -1 625		Mierka 2 · 2		
	Jaroa 270 j -1020		PHONO 212		h
<u>αβγδεζηθικλμνξοπρστ</u>	υφχψω		% = < <u>≤ ∨ ¬ \ ∪ '</u>	:= e π ∞ ∂ Σ Γ	ζx
<u>ΙΑΒΓΔΕΖΗΘΙΚΛΜΝΞΟΠΡΣΤ</u>	ΥΦΧΨΩ]]]}-/√	±≠>≥∧→⊆∩↓	;ͼͺͺͺϒͺ°ͺͿͺΠͺψ	×

5. Do editovacieho riadku napíšeme *cos(x)* a stlačíme *Enter*.

6. V okne **2D-graf** znovu klikneme na . Nakreslí sa graf funkcie kosínus.

3

+

∂ graf		
Súbor pr <u>a</u> vy Poznámka		
🗅 🖨 🖬 🚭 🖻 🗙 🛧 🕎 ~ 🗠 🕂 🕂 🕂 🂠 🛟	$\leftrightarrow \stackrel{\psi_{+}}{\rightarrow} \stackrel{\psi_{-}}{\rightarrow} $	< ::::::::::::::::::::::::::::::::::::
🔛 Algebra 1		🐏 2D-graf 1:1
#1: SIN(x)		^у ₆
#2: <u>COS(x)</u>		
		· · · · · · · · · · · ·
		+ .
Krížik: 2.75 , -1.625	Stred: 2.751.625	25 Mierka: 2 : 2
$ \checkmark = \preceq \approx \lessapprox \times [\cos(x)]$, ,	
	1.1. 6 .1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1.1	
$A B \Gamma \Delta E Z H \Theta I K A M N \Xi O \Pi P \Sigma T$	ΥΦΧΨΩ	$1 \mathbf{j} - \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} \neq \mathbf{z} > \mathbf{z} + \mathbf{z} = \mathbf{z} + \mathbf{z} + \mathbf{z} = \mathbf{z} $

7. Klikneme do bielej plochy s grafmi funkcií a stlačíme kláves F11 (alebo klikneme do bielej plochy s grafmi pravým tlačítkom a z kontextového menu zvolíme príkaz Možnosti zobrazenia...). Zobrazí sa nám dialógový panel:

Možnosti zobrazenia	×
Osi Krížik Mriežka Body Farba	1
Ciary	
⊂ Mierka	
Vodorovné násobky: π/4 Zvislé násobky: 1	
Označenia Vodorovná os: x Zvislá os: y	
OK Zrušiť Pomocr	ník

V záložke **Osi** v časti **Mierka** nastavíme **Vodorovné násobky** na hodnotu $\pi/4$ a stlačíme **OK**.

8. Ideme vypočítať priesečníky. Do editovacieho riadku napíšeme $\sin x = \cos x$ a stlačíme *Enter*.



, čím sa vrátime do okna Algebra.

10. Zvolíme príkaz *Riešiť/Výraz…* V nasledujúcom dialógovom okne nastavíme takéto hodnoty a stlačíme tlačidlo *Riešiť*.

– Promonná riočonia	Spôcob ricčonia	– Definičnú ober riečenie –	– Uranica ricčania
Fremenne nesenia	sposob nesenia	Dennichy obor nesenia	Hranice nesenia
x	Algebraicky	🔿 Komplexné čísla	Horná: 10
	C. Číselne	Deáleo čísla	1.000000
	Ciseine	 Nealne cisia 	
	C Oboie	C Hranice	Dolná: <u>–1</u> 0
			,

11. V okne Algebra dostaneme riešenia

÷

🖻 Algebra 1						
#1:	SIN(x)					
#2:	COS(x)					
#3:	SIN(x) = COS(x)					
#4:	SOLVE(SIN(x) = COS(x), x, Real)					
#5 :	$x = \frac{5 \cdot \pi}{4} \lor x = -\frac{3 \cdot \pi}{4} \lor x = \frac{\pi}{4}$					

 Do editovacieho riadku napíšeme AreaBetweenCurves(sin(x),cos(x),x,π/4,5π/4,y) a stlačíme Enter.



l	👌 graf			
	Súbo	r [1	pr <u>a</u> vy Poznámka
	D 🖻			Zobrazenie F11 Tlač Image: Constraint of the second s
	😰 Algel	ora		
	#1:	SI		Aproximovať pred nakreslením
	#2:	cc	æ	Trasovať grafy F3
	#3:	SI		Popísať nové grafy
	#4:	sc		Kresliť reálne aj imaginárne časti 1)
	#5 :			Nasledovať krížik Prispôsobiť nové grafy $5 \cdot \pi$ 4 $3 \cdot \pi$ 4 π
	#6 :	An	eaB	BetweenCurves $\left(SIN(x), COS(x), x, \frac{\pi}{4}, \frac{5 \cdot \pi}{4}, y \right)$

- 14. V tomto paneli zaškrtneme voľbu **Zjednodušiť pred nakreslením** (myšou sa na ňu presunieme a klikneme ľavým).
- 15. Teraz už môžeme kliknúť na na nástroj a vyšrafuje sa plocha medzi krivkami na intervale $\langle \frac{\pi}{4}; 5\pi/4 \rangle$.



16. Môžeme ísť vypočítať obsah plochy. Keďže "horná" funkcia je sínus a "dolná" je kosínus, do editovacieho riadku napíšeme $\sin x - \cos x$ a stlačíme *Enter*.

17. Klikneme na nástroj **17**. Klikneme do okna **Algebra**.

18. Zvolíme príkaz *Výpočet/Integrál…* V nasledujúcom dialógovom okne nastavíme takéto hodnoty a stlačíme tlačidlo *Zjednodušiť.*

Výpočet integrálu #7				
Premenná: 🗙 💌	Integrál Určitý Neurčitý	Určitý integrál Horná hranica: 5π/4 Dolná hranica: π/4		
		Neurčitý integrál Konštanta: 0		
OK Zjednodušiť Zrušiť				

19. V okne Algebra dostaneme výsledok:

